

中国林业科学研究院

2016 年硕士学位研究生入学考试

数理统计

试题

注意：所有答案一律写在答题纸上，写在试题纸上无效。

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 设对于事情 A 、 B 、 C ，有 $p(A)=p(B)=p(C)=1/4$ ， $P(AC)=1/8$ ， $p(AB)=p(BC)=0$ ，则 A 、 B 、 C 三个事情中至少出现一个的概率为_____。2. 设 A 、 B 为随机事情， $p(A)=0.7$ ， $p(A-B)=0.3$ ，则 $p(\overline{AB})=_____$ 。3. 设随机变量 X 的分布律为

$$P\{X=k\}=\frac{a}{k(k+1)}, (k=1,2,\dots)$$

则常数 $a=_____$ 。4. 设随机变量 X 服从 $[0,5]$ 上的均匀分布，则关于 t 的方程 $4t^2+4xt+x+2=0$ 有实根的概率为_____。5. 某产品寿命（单位：h）近似服从 $N(200,40^2)$ 分布，从中任意取 4 只进行检查，则其中无一只寿命小于 240h 的概率为_____。（注： $\Phi(1)=0.8413$ ）6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，其分布函数分别为 $F_X(x)$ ， $F_Y(y)$ ，则 $Z=\min\{X,Y\}$ 的分布函数为_____。7. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}, -\infty < x < +\infty$$

则 X 的方差 $D(X)=_____$ 。8. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 -0.5，则根据切比雪夫不等式有 $P\{|X+Y|\geq 6\}\leq_____$ 。9. 设总体 X 和 Y 相互独立，都服从正态分布 $N(30,3^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_{20} ； Y_1, Y_2, \dots, Y_{25} 分别是来自 X 和 Y 的样本，则 $P\{|\bar{X}-\bar{Y}|>0.4\}=_____$ 。（注： $\Phi(0.4444)=0.67$ ）

10. 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_6 为来自 X 的一个样本, 设 $Y = (X_1 + X_2 + X_3)^2 + (X_4 + X_5 + X_6)^2$, 则当 $C = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $CY \sim \chi^2(2)$ 。

二、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 若 $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/2$, 则下列等式成立的是

- (A) $P(A \cup B) = 1$ (B) $P(\bar{A}\bar{B}) = 1/4$
 (C) $P(AB) = 1/2$ (D) $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$

2. 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的不相容事情, 则下列结论中肯定正确的是

- (A) \bar{A} 与 \bar{B} 不相容 (B) \bar{A} 与 \bar{B} 相容
 (C) $P(AB) = P(A)P(B)$ (D) $P(A - B) = P(A)$

3. 根据以往的数据分析结果表明, 机器在良好状态时, 生产的产品合格率为 90%; 而当机器在有故障状态时, 产品合格率为 30%。每天开机时机器良好的概率为 75%, 当某天开机后生产的第一件产品为合格时, 机器是良好状态的概率等于

- (A) 0.90 (B) 0.75
 (C) 0.675 (D) 0.525

4. 已知 $F_1(x)$, $F_2(x)$ 都是一元分布函数, 则下列分布函数中仍是一元分布函数的是

- (A) $F_1(x) + F_2(x)$ (B) $F_1(x) - F_2(x)$
 (C) $\frac{1}{2}F_1(x) + \frac{1}{2}F_2(x)$ (D) $\frac{1}{2}F_1(x) - \frac{1}{2}F_2(x)$

5. 设随机变量 X 服从指数分布, 则对随机变量 $Y = \min\{X, 2\}$ 的分布函数, 下列结论正确的是

- (A) 是连续函数 (B) 至少有 2 个间断点
 (C) 是阶梯函数 (D) 恰有一个间断点

6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从正态分布 $N(0, 1)$, 则下列正确的是

- (A) $P\{X + Y \geq 0\} = \frac{1}{4}$ (B) $P\{X - Y \geq 0\} = \frac{1}{4}$
 (C) $P\{\max(X, Y) \geq 0\} = \frac{1}{4}$ (D) $P\{\min(X, Y) \geq 0\} = \frac{1}{4}$

7. 对于任意两个随机变量 X 和 Y , 若 $E(XY) = E(X)E(Y)$, 则

- (A) $D(XY) = D(X)D(Y)$ (B) $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$
 (C) X 和 Y 独立 (D) X 和 Y 不独立

8. 设 $n_A \sim B(n, p) (0 < p < 1)$, 则当 n 很大时, 下列选项不正确的是

- (A) $\frac{n_A}{n}$ 依概率收敛于 p (B) $n_A \sim N(np, np(1-p))$
 (C) $\frac{n_A - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0, 1)$ (D) $\frac{n_A}{n} \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n})$

9. 设 X_1, X_2, \dots, X_8 和 Y_1, Y_2, \dots, Y_{10} 分别来自两个正态总体 $N(-1, 2^2)$ 和 $N(2, 5)$ 的样本, 且相互独立, S_1^2 和 S_2^2 分别为两个样本的样本方差, 则服从 $F(7, 9)$ 的统计量为

- (A) $\frac{2S_1^2}{5S_2^2}$ (B) $\frac{5S_1^2}{4S_2^2}$
 (C) $\frac{4S_2^2}{5S_1^2}$ (D) $\frac{5S_1^2}{2S_2^2}$

10. 设 n 个随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布, $D(X_1) = \sigma^2$, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ 则}$$

- (A) S 是 σ 的无偏估计量 (B) S 是 σ 的最大似然估计量
 (C) S 是 σ 的相合估计量 (即一致估计量) (D) S 与 \bar{X} 相互独立

三、 计算题 (每题 15 分, 共 90 分)

1. 甲袋中有 a 个红球和 b 个白球, 乙袋中有 c 个红球和 d 个白球, 试求:

- (1) 若将两袋球合为一袋, 然后从中任取一个球, 则取到红球的概率是多少?
- (2) 若在两袋中任取一袋, 再从该袋中任取一个球, 则取到红球的概率是多少?
- (3) 从甲袋任取一个球 (不看颜色) 放入乙袋, 再从乙袋中任取一个球, 若已知它是红球, 则从甲袋取出 (放入乙袋) 的球是红球的概率是多少? (15 分)

2. 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, X 在 $(0,1)$ 上服从均匀分布, Y 的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{y}{2}}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$$

(1) 求 X 与 Y 的联合概率密度;

(2) 设含 a 的二次方程为 $a^2 + 2Xa + Y = 0$, 试求 a 有实根的概率 ($\Phi(1) = 0.8413$)。(15 分)

3. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自两个参数指数分布的一个样本,

$$f(x; \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} \frac{1}{\theta_2} e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}}, & x \geq \theta_1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $-\infty < \theta_1 < +\infty$, $-\infty < \theta_2 < +\infty$ 。

(1) 求参数 θ_1 和 θ_2 的矩估计;

(2) 求参数 θ_1 和 θ_2 的极大似然估计。(15 分)

4. 已知某林场单位公顷林木株数 (株数密度) 服从 $N(\mu, \sigma^2)$, μ 和 σ^2 均未知, 现在从该林场随机布设 20 块大小为 50 米×50 米的方形临时样地进行测试, 测得他们的平均

林木株数密度 $\bar{x} = 1700$ 株/公顷, 样本标准差 $S = \sqrt{\frac{1}{19} \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2} = 490$ 株/每公顷, 试问:

(1) 在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下, 能否认为该林场的平均林木株数密度为 2000 株/公顷 (注: $t_{0.955}(19) = 2.86$) ?

(2) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 能否认为林木株数密度的方差不大于 350^2 (注: $\chi_{0.95}^2(19) = 30.144$) ? (15 分)

5. 某研究人员为了比较 4 种不同肥料对农作物收获量的影响，于是选择土壤肥力比较均一土地进行试验。每一种肥料重复 4 次，4 种肥料共 16 个小区，不同肥料的处理随机排列。取得的试验结果如下表 1 所示。试分析肥料对该农作物的收获量是否有显著影响？如果没有显著影响，是否能断定 4 种肥料之间对作物收获量的影响均不显著呢？

（注： $F_{0.01}(3,12)=5.95$ ）（15 分）

表 1 不同肥料对作物收获量影响试验结果

肥料种类	1	2	3	4
A	98	96	91	66
B	60	69	50	35
C	79	64	81	70
D	90	70	79	88

6. 已知总体 (X,Y) 的成对样本观测值为：

X	5	10	15	20	30	40	50	60	70	90	120
Y	5	8	10	13	16	17	19	23	25	29	46

求：

- （1） X 与 Y 的相关系数；
- （2） Y 关于 X 的线性回归方程。（15 分）