

## 中国林业科学研究院

2017 年硕士研究生入学考试 数理统计(含概率论) 试题

注: 所有答案一律写在答题纸上, 写在试题纸上无效。

## 一、填空题(每题 3 分, 共 30 分)

1. 设两个相互独立的事件  $A$  和  $B$  都不发生的概率为  $\frac{1}{9}$ ,  $A$  发生  $B$  不发生的概率与  $B$  发生  $A$  不发生的概率相等, 则  $P(A)=$ \_\_\_\_\_。
2. 某人向同一目标独立重复射击, 每次射击命中目标的概率为  $p(0 < p < 1)$ , 则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为=\_\_\_\_\_。
3. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且分别服从参数为 1 和参数为 4 的指数分布, 则  $P\{X < Y\}=$ \_\_\_\_\_。
4. 将长度为 1m 的木棒随机地截成两段, 则两段长度的相关系数为=\_\_\_\_\_。
5. 设平面区域  $D$  由曲线  $y = \frac{1}{x}$  及直线  $y=0, x=1, x=e^2$  所围成, 二维随机变量  $(X, Y)$  在区域  $D$  上服从均匀分布, 则  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘概率密度在  $x=2$  处的值=\_\_\_\_\_。
6. 设随机变量  $X$  概率分布为  $P\{X=k\} = \frac{C}{k!} (k=0, 1, 2, \dots)$ , 则  $EX^2=$ \_\_\_\_\_。
7. 设随机变量的方差为 2, 则根据切比雪夫不等式估计  $P\{|X - E(X)| \geq 2\} \leq$ \_\_\_\_\_。
8. 设  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  ( $\sigma > 0$ ), 从该总体中抽取简单随机样本  $X_1, X_2, \dots, X_{2n} (n \geq 2)$ , 其样本均值  $\bar{X} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$ , 求统计量  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i + X_{n+i} - 2\bar{X})^2$  的数学期望  $E(Y)=$ \_\_\_\_\_。
9. 设  $\xi, \eta$  是两个相互独立且均服从正态分布  $N(0, (\frac{1}{\sqrt{2}})^2)$  的随机变量, 则随机变量  $|\xi - \eta|$  的数学期望  $E(|\xi - \eta|)=$ \_\_\_\_\_。
10. 设  $X_1, X_2$  为来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本, 若  $CX_1 + \frac{1}{1999}X_2$  为  $\mu$  的一个无偏估计, 则  $C=$ \_\_\_\_\_。

## 二、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 设  $A, B$  为随机事件, 且  $P(B) > 0, P(A|B) = 1$ , 则必有

- (A)  $P(A \cup B) > P(A)$  (B)  $P(A \cup B) > P(B)$   
 (C)  $P(A \cup B) = P(A)$  (D)  $P(A \cup B) = P(B)$

2. 设  $A, B, C$  是三个事件, 与事件  $A$  互斥的事件是

- (A)  $\bar{A}B + A\bar{C}$  (B)  $\overline{A(B+C)}$   
 (C)  $\overline{ABC}$  (D)  $\overline{A+B+C}$

3. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $Y$  服从正态分布  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , 且

$P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$ , 则

- (A)  $\sigma_1 < \sigma_2$  (B)  $\sigma_1 > \sigma_2$   
 (C)  $\mu_1 < \mu_2$  (D)  $\mu_1 > \mu_2$

4. 设随机变量  $X \sim N(0, 1)$ ,  $Y \sim N(1, 4)$  且相关系数  $\rho_{XY} = 1$ , 则

- (A)  $P\{Y = -2X - 1\} = 1$  (B)  $P\{Y = 2X - 1\} = 1$   
 (C)  $P\{Y = -2X + 1\} = 1$  (D)  $P\{Y = 2X + 1\} = 1$

5. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $X$  服从标准正态分布  $N(0, 1)$ ,  $Y$  的概率分布为

$P\{Y = 0\} = P\{Y = 1\} = \frac{1}{2}$ , 记  $F_Z(z)$  为随机变量  $Z = XY$  的分布函数, 则函数  $F_Z(z)$  的间断点个数为

- (A) 0 (B) 1  
 (C) 2 (D) 3

6. 设随机变量  $X$  的分布函数  $F(X) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - e^{-x} & x > 2 \end{cases}$ , 则  $P\{X = 1\}$  为

- (A) 0 (B) 1  
 (C)  $\frac{1}{2} - e^{-1}$  (D)  $1 - e^{-1}$

7. 设  $X, Y$  是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数为  $F_X(x), F_Y(y)$ , 则  $Z = \min\{X, Y\}$  的分布函数是

- (A)  $F_Z(z) = \max\{F_X(z), F_Y(z)\}$  (B)  $F_Z(z) = \max\{|F_X(z)|, |F_Y(z)|\}$   
 (C)  $F_Z(z) = F_X(z)F_Y(z)$  (D) 都不是

8. 设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为取自正态总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的样本, 则  $\mu^2 + \sigma^2$  的矩法估计量为

- (A)  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  (B)  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$   
 (C)  $\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2$  (D)  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$

9. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2$  已知, 则总体均值  $\mu$  的置信区间的长度  $l$  与置信度  $1-\alpha$  的关系是

- (A) 当  $1-\alpha$  缩小时,  $l$  缩短 (B) 当  $1-\alpha$  缩小时,  $l$  增大  
 (C) 当  $1-\alpha$  缩小时,  $l$  不变 (D) 以上说法均错

10. 在假设检验中,  $H_0$  表示原假设,  $H_1$  为备选假设, 则称为犯第二类错误的是

- (A)  $H_1$  不真, 接受  $H_1$  (B)  $H_0$  不真, 接受  $H_1$   
 (C)  $H_0$  不真, 接受  $H_0$  (D)  $H_0$  为真, 接受  $H_1$

### 三、 计算题 (90 分)

1. 已知甲、乙两箱中装有同种产品, 其中甲箱中装有 3 件合格品和 3 件次品, 乙箱中仅装有 3 件合格品。从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后, 求:

- (1) 乙箱中次品件数的数学期望;  
 (2) 从乙箱中任取一件产品是次品的概率。(10 分)

2. 对东北落叶松幼苗胸高直径（ $D$ ）进行测量，其值在 $[5,6]$ 上服从均匀分布，求胸高断面  
积（ $\frac{\pi D^2}{4}$ ）的概率分布。（15 分）

3. 在坡度为 0 的样地中两株目标树的直线距离为 $l$ ，在这两株树连线的线段上任选两点，  
求两点间距离的数学期望和方差。（15 分）

4. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $X \sim N(\mu, 8)$ ， $\mu$  未知。现有 10 个观察值，已知  $\bar{x} = 1500$

(1) 求  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间（注： $u_{0.025} = 1.96$ ）；

(2) 要使  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间长度不超过 1，观察值个数  $n$  最少取多少？

(3) 如果  $n = 64$ ，那么区间  $(\bar{x} - 1, \bar{x} + 1)$  作为  $\mu$  的置信区间时，置信度为多少？（注：  
 $u_{0.0113} = 2.8285$ ）（15 分）

5. 某研究人员为了比较 4 种不同肥料对农作物收获量的影响，于是选择土壤肥力比较均一  
土地进行试验。每一种肥料重复 4 次，4 种肥料共 16 个小区，不同肥料的处理随机排列。取  
得的试验结果如下表 1 所示。试分析肥料对该农作物的收获量是否有显著影响？如果没有显  
著影响，是否能断定 4 种肥料之间对作物收获量的影响均不显著呢？（注： $F_{0.01}(3, 12) = 5.95$ ）  
（15 分）

表 1 不同肥料对作物收获量影响试验结果

肥料种类	1	2	3	4
A	98	96	91	66
B	60	69	50	35
C	79	64	81	70
D	90	70	79	88

6. 7 个落叶松的固定样地对应的郁闭度 ( $x$ ) 和林木株数 ( $y$ ) 见表 2。

表 2 落叶松各固定样地对应的郁闭度和林木株数观测值

郁闭度 $x$	0.10	0.30	0.40	0.55	0.70	0.80	0.95
林木株数 $y$	15	18	19	21	22.6	23.8	26

设对于给定的  $x$ ,  $y$  为正态变量, 且方差与  $x$  无关 (注:  $t_{0.025}(5) = 2.5706$ )。

- (1) 求线性回归方程  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ ;
- (2) 检验假设  $H_0: b = 0, H_1: b \neq 0$ ;
- (3) 若回归效果显著, 求  $b$  的置信度为 0.95 的置信区间;
- (4) 求  $x = 0.50$  处的置信度为 0.95 的预测区间。(20 分)